

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

RIMAS BANYS, RŪTA SIMANAVIČIENĖ

---

# DIFERENCIALINIS SKAIČIAVIMAS

---

VADOVĖLIS

VGTU leidykla TECHNIKA  
Vilnius

Leidinių rekomendavo VGTU Fundamentinių mokslų fakulteto studijų komitetas

Recenzavo: prof. habil. dr. Eugenijus Manstavičius,  
Vilniaus universiteto Matematikos institutas  
doc. dr. Kristina Poškuvienė,  
Kauno technologijos universiteto  
Matematinio modeliavimo katedra  
prof. dr. Aleksandras Krylovas,  
Vilniaus Gedimino technikos universiteto  
Matematinio modeliavimo katedra

Leidinio bibliografinė informacija pateikiama  
Lietuvos nacionalinės Martyno Mažvydo bibliotekos  
Nacionalinės bibliografijos duomenų banke (NBDB)

VGTU leidyklos TECHNIKA  
mokomosios metodinės literatūros knyga (2018-039-S)  
<http://leidykla.vgtu.lt>

ISBN 978-609-476-147-8  
eISBN 978-609-476-146-1  
doi:10.20334/2018-039-M

Ši kūrinių, esančių bibliotekose, mokymo ir mokslo įstaigų bibliotekose, muziejuose arba archyvuose, be leidėjo sutikimo draudžiama mokslinių tyrimų ar asmeninių studijų tikslais atgaminti, viešai skelbti ar padaryti viešai prieinamą kompiuterių tinklais tam skirtuose terminaluose tų įstaigų patalpose. Dėl leidimo kreiptis el. paštu [leidyba@vgtu.lt](mailto:leidyba@vgtu.lt)

# Turinys

ĮVADAS.....	7
1. REALIEJI SKAIČIAI.....	8
1.1. Natūralieji, sveikieji, racionaliieji ir iracionalieji skaičiai.....	8
1.2. Skaičiaus modulis.....	9
1.3. Skaičių aibės režiai. Įdėtųjų atkarpų principas.....	10
Uždaviniai.....	13
2. SKAIČIŲ SEKA IR JOS RIBA.....	15
2.1. Skaičių seka. Ribos sąvoka.....	15
2.2. Nykstamosios ir neapžėtai didėjančios sekos.....	18
2.3. Konverguojančių sekų savybės.....	20
2.4. Tarpinės sekos konvergavimo dėsnis.....	23
2.5. Monotoninių sekų konvergavimas.....	24
2.6. Skaičius $e$ .....	<b>26</b>
2.7. Posekiai.....	27
2.8. Sekos apatinė ir viršutinė ribos.....	29
2.9. Koši kriterijus.....	30
Uždaviniai.....	33
3. FUNKCIJA IR JOS RIBA.....	36
3.1. Funkcijos sąvoka.....	36
3.2. Funkcijų dariniai. Sudėtinė funkcija.....	38
3.3. Atvirkštinė funkcija.....	39
3.4. Funkcijos ribos sąvoka.....	40
3.5. Vienpusės ribos.....	44
3.6. Nykstamosios funkcijos.....	46
3.7. Ribų dėsniai.....	49
3.8. Dvi svarbios ribos.....	53
Uždaviniai.....	56
4. TOLYDUMAS.....	57
4.1. Funkcijos tolydumas.....	57
4.2. Funkcijos trūkio taškai.....	59
4.3. Tolydžių atkarpoje funkcijų savybės.....	60
4.4. Tolygusis tolydumas.....	65
Uždaviniai.....	67

5. IŠVESTINĖ.....	70
5.1. Grafiko liestinė. Išvestinės apibrėžimas .....	70
5.2. Funkcijos kitimo greitis .....	74
5.3. Diferencijavimo taisyklės .....	77
5.4. Elementariųjų funkcijų diferencijavimas .....	84
5.5. Neišreikštinių funkcijų diferencijavimas .....	86
5.6. Logaritminė išvestinė.....	89
5.7. Parametrinėmis lygtimis apibrėžtų funkcijų diferencijavimas .....	90
5.8. Funkcijos diferencialas .....	93
5.9. Aukštesniųjų eilių išvestinės.....	95
Uždaviniai .....	97
6. IŠVESTINĖS TAIKYMAS .....	102
6.1. Lygčių sprendimas Niutono metodu .....	102
6.2. Funkcijos ekstremumai. Būtinoji ekstremumo sąlyga.....	106
6.3. Vidutinės reikšmės teorema.....	109
6.4. Didėjančiosios, mažėjančiosios ir pastoviosios funkcijos.....	114
6.5. Pakankamos ekstremumo sąlygos.....	116
6.6. Funkcijos grafiko iškilumas. Perlinkio taškai .....	120
6.7. Lopitalio taisyklė .....	123
6.8. Teiloro formulė.....	127
6.9. Funkcijos grafiko brėžimas. Asimptotės .....	135
Uždaviniai .....	138
7. KELIŲ KINTAMŲJŲ FUNKCIJOS.....	142
7.1. Kelių kintamųjų funkcijos apibrėžimas .....	143
7.2. Dviejų kintamųjų funkcijos grafikas.....	147
7.3. Kelių kintamųjų funkcijos riba ir tolydumas .....	152
7.4. Dalinės išvestinės.....	160
7.5. Funkcijos pilnasis pokytis ir diferencialas.....	164
7.6. Sudėtinių ir neišreikštinių funkcijų diferencijavimas .....	170
7.7. Aukštesniųjų eilių dalinės išvestinės ir diferencialai .....	176
7.8. Dviejų kintamųjų funkcijos Teiloro formulė.....	179
7.9. Kelių kintamųjų funkcijos ekstremumai .....	182
7.10. Kryptinė išvestinė ir gradientas.....	188
7.11. Sąlyginiai ekstremumai.....	195
7.12. Didžiausioji ir mažiausioji funkcijos reikšmė uždaroje srityje .....	198
Uždaviniai .....	200
ATSAKYMAI .....	207
LITERATŪRA .....	215
DALYKINĖ RODYKLĖ .....	216